

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

March 11, 2008

L'objectif

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème

Décidabilité

Plan

Exploration

Type syntactique

Computations

Résumé

Encadrement

Formalisation

Compatibilité

Résumé

Décidabilité

Alternative

Équivalence

Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

[T]o obtain an effective rule (or algorithm) for distinguishing sentences from non-sentences.

Entscheidungsproblem

- Est-ce qu'il existe un algorithme pour donner la réponse?

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème

Décidibilité

Plan

Exploration

Type syntactique

Computations

Résumé

Encadrement

Formalisation

Compatibilité

Résumé

Décidibilité

Alternative

Équivalence

Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Entscheidungsproblem

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème

Décidabilité

Plan

Exploration

Type syntactique

Computations

Résumé

Encadrement

Formalisation

Compatibilité

Résumé

Décidabilité

Alternative

Équivalence

Procédure

Théorème de

Gentzen

Conclusion

- Est-ce qu'il existe un algorithme pour donner la réponse?
 - “Carla Bruni est-elle la femme la plus belle au monde?”

Entscheidungsproblem

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème

Décidabilité

Plan

Exploration

Type syntactique

Computations

Résumé

Encadrement

Formalisation

Compatibilité

Résumé

Décidabilité

Alternative

Équivalence

Procédure

Théorème de

Gentzen

Conclusion

- Est-ce qu'il existe un algorithme pour donner la réponse?
 - “Carla Bruni est-elle la femme la plus belle au monde?”
 - “Est-ce que n est un nombre premier?”

Entscheidungsproblem

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème

Décidabilité

Plan

Exploration

Type syntactique

Computations

Résumé

Encadrement

Formalisation

Compatibilité

Résumé

Décidabilité

Alternative

Équivalence

Procédure

Théorème de

Gentzen

Conclusion

- Est-ce qu'il existe un algorithme pour donner la réponse?
 - “Carla Bruni est-elle la femme la plus belle au monde?”
 - “Est-ce que n est un nombre premier?”
- Si oui, est-ce que cet algorithme arrêtera-t-il?

Entscheidungsproblem

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- Est-ce qu'il existe un algorithme pour donner la réponse?
 - “Carla Bruni est-elle la femme la plus belle au monde?”
 - “Est-ce que n est un nombre premier?”
- Si oui, est-ce que cet algorithme arrêtera-t-il?
 - Trouver s'il y a un nombre fini ou infini des étoiles.

Entscheidungsproblem

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- Est-ce qu'il existe un algorithme pour donner la réponse?
 - “Carla Bruni est-elle la femme la plus belle au monde?”
 - “Est-ce que n est un nombre premier?”
- Si oui, est-ce que cet algorithme arrêtera-t-il?
 - Trouver s'il y a un nombre fini ou infini des étoiles.
 - Est-ce que deux grammaires hors-contexte génèrent le même langage?

Entscheidungsproblem

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- Est-ce qu'il existe un algorithme pour donner la réponse?
 - "Carla Bruni est-elle la femme la plus belle au monde?"
 - "Est-ce que n est un nombre premier?"
- Si oui, est-ce que cet algorithme arrêtera-t-il?
 - Trouver s'il y a un nombre fini ou infini des étoiles.
 - Est-ce que deux grammaires hors-contexte génèrent le même langage?
- Donné un système formel Σ , et un énoncé p , est-ce qu'on peut déduire p à partir de Σ ? (Hilbert 1928)

Entscheidungsproblem

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- Est-ce qu'il existe un algorithme pour donner la réponse?
 - "Carla Bruni est-elle la femme la plus belle au monde?"
 - "Est-ce que n est un nombre premier?"
- Si oui, est-ce que cet algorithme arrêtera-t-il?
 - Trouver s'il y a un nombre fini ou infini des étoiles.
 - Est-ce que deux grammaires hors-contexte génèrent le même langage?
- Donné un système formel Σ , et un énoncé p , est-ce qu'on peut déduire p à partir de Σ ? (Hilbert 1928)
 - En général: il n'y a pas d'algorithme qui est garanti de se terminer. (Church 1936; Turing 1936)

Entscheidungsproblem

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- Est-ce qu'il existe un algorithme pour donner la réponse?
 - "Carla Bruni est-elle la femme la plus belle au monde?"
 - "Est-ce que n est un nombre premier?"
- Si oui, est-ce que cet algorithme arrêtera-t-il?
 - Trouver s'il y a un nombre fini ou infini des étoiles.
 - Est-ce que deux grammaires hors-contexte génèrent le même langage?
- Donné un système formel Σ , et un énoncé p , est-ce qu'on peut déduire p à partir de Σ ? (Hilbert 1928)
 - En général: il n'y a pas d'algorithme qui est garanti de se terminer. (Church 1936; Turing 1936)
 - Cas particuliers: si: algorithme pour S : $p \in S$ et $s \in S \Rightarrow ps \in S$. Quel algorithme?

Entscheidungsproblem

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- Est-ce qu'il existe un algorithme pour donner la réponse?
 - "Carla Bruni est-elle la femme la plus belle au monde?"
 - "Est-ce que n est un nombre premier?"
- Si oui, est-ce que cet algorithme arrêtera-t-il?
 - Trouver s'il y a un nombre fini ou infini des étoiles.
 - Est-ce que deux grammaires hors-contexte génèrent le même langage?
- Donné un système formel Σ , et un énoncé p , est-ce qu'on peut déduire p à partir de Σ ? (Hilbert 1928)
 - En général: il n'y a pas d'algorithme qui est garanti de se terminer. (Church 1936; Turing 1936)
 - Cas particuliers: si: algorithme pour S : $p \in S$ et $s \in S \Rightarrow ps \in S$. Quel algorithme?
- **Donné p , est-ce que p est une phrase de l'anglais?**

Entscheidungsproblem

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- Est-ce qu'il existe un algorithme pour donner la réponse?
 - "Carla Bruni est-elle la femme la plus belle au monde?"
 - "Est-ce que n est un nombre premier?"
- Si oui, est-ce que cet algorithme arrêtera-t-il?
 - Trouver s'il y a un nombre fini ou infini des étoiles.
 - Est-ce que deux grammaires hors-contexte génèrent le même langage?
- Donné un système formel Σ , et un énoncé p , est-ce qu'on peut déduire p à partir de Σ ? (Hilbert 1928)
 - En général: il n'y a pas d'algorithme qui est garanti de se terminer. (Church 1936; Turing 1936)
 - Cas particuliers: si: algorithme pour S : $p \in S$ et $s \in S \Rightarrow ps \in S$. Quel algorithme?
- **Donné p , est-ce que p est une phrase de l'anglais?**
 - Algorithme: système formel pour représenter la structure des phrases.

Entscheidungsproblem

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- Est-ce qu'il existe un algorithme pour donner la réponse?
 - "Carla Bruni est-elle la femme la plus belle au monde?"
 - "Est-ce que n est un nombre premier?"
- Si oui, est-ce que cet algorithme arrêtera-t-il?
 - Trouver s'il y a un nombre fini ou infini des étoiles.
 - Est-ce que deux grammaires hors-contexte génèrent le même langage?
- Donné un système formel Σ , et un énoncé p , est-ce qu'on peut déduire p à partir de Σ ? (Hilbert 1928)
 - En général: il n'y a pas d'algorithme qui est garanti de se terminer. (Church 1936; Turing 1936)
 - Cas particuliers: si: algorithme pour S : $p \in S$ et $s \in S \Rightarrow ps \in S$. Quel algorithme?
- **Donné p , est-ce que p est une phrase de l'anglais?**
 - Algorithme: système formel pour représenter la structure des phrases.
 - Halting: à démontrer!

Plan globale

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Dégager les règles nécessaires pour traiter l'anglais en tant que grammaire catégorielle (règles I–IV).

Plan globale

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Dégager les règles nécessaires pour traiter l'anglais en tant que grammaire catégorielle (règles I–IV).
- Encadrer dans un système formelle (a–e).

Plan globale

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Dégager les règles nécessaires pour traiter l'anglais en tant que grammaire catégorielle (règles I–IV).
- Encadrer dans un système formelle (a–e).
- Montrer la décidabilité des énoncés.

Plan globale

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Dégager les règles nécessaires pour traiter l'anglais en tant que grammaire catégorielle (règles I–IV).
- Encadrer dans un système formelle (a–e).
- Montrer la décidabilité des énoncés.
 - Il existe un système formel “equivalente” (1–6).

Plan globale

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Dégager les règles nécessaires pour traiter l'anglais en tant que grammaire catégorielle (règles I–IV).
- Encadrer dans un système formelle (a–e).
- Montrer la décidabilité des énoncés.
 - Il existe un système formel “equivalente” (1–6).
 - Ce système formel est décidable.

Type syntactique

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

■ Type syntactique

Type syntactique

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- **Type syntactique** pour décrire la fonction

Type syntactique

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- **Type syntactique** pour décrire la fonction
- On présuppose quelques *types primitives*

Type syntactique

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- **Type syntactique** pour décrire la fonction
- On présuppose quelques *types primitives*
 - s pour phrase, n pour nom (nom propre)

Type syntactique

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- **Type syntactique** pour décrire la fonction
- On présuppose quelques *types primitives*
 - s pour phrase, n pour nom (nom propre)
 - On donne le même type aux expressions qui peuvent apparaître dans les mêmes contextes.

Type syntactique

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- **Type syntactique** pour décrire la fonction
- On présuppose quelques *types primitives*
 - s pour phrase, n pour nom (nom propre)
 - On donne le même type aux expressions qui peuvent apparaître dans les mêmes contextes.
- Les autres mots ont des *types composés* en fonction des propriétés de combinaison.

Type syntactique

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- **Type syntactique** pour décrire la fonction
- On présuppose quelques *types primitives*
 - s pour phrase, n pour nom (nom propre)
 - On donne le même type aux expressions qui peuvent apparaître dans les mêmes contextes.
- Les autres mots ont des *types composés* en fonction des propriétés de combinaison.
 - Si x et y sont des types, alors x/y et $x \setminus y$ le sont aussi.

Type syntactique

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- **Type syntactique** pour décrire la fonction
- On présuppose quelques *types primitives*
 - s pour phrase, n pour nom (nom propre)
 - On donne le même type aux expressions qui peuvent apparaître dans les mêmes contextes.
- Les autres mots ont des *types composés* en fonction des propriétés de combinaison.
 - Si x et y sont des types, alors x/y et $x \setminus y$ le sont aussi.
 - Interprétation: $(x/y)y$ donne x .

Type syntactique

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- **Type syntactique** pour décrire la fonction
- On présuppose quelques *types primitives*
 - s pour phrase, n pour nom (nom propre)
 - On donne le même type aux expressions qui peuvent apparaître dans les mêmes contextes.
- Les autres mots ont des *types composés* en fonction des propriétés de combinaison.
 - Si x et y sont des types, alors x/y et $x \backslash y$ le sont aussi.
 - Interprétation: $(x/y)y$ donne x .
 - (I) $(x/y)y \rightarrow x$ et $y(y \backslash x) \rightarrow x$

Exemples

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

John works
 n $n \backslash s$

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Exemples

Lambek: The mathematics of sentence structure

Florin van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

		John	works			
		n	$n \backslash s$			
(John	likes)	Jane		John	(likes	Jane)
n	$n \backslash (s/n)$	n		n	$(n \backslash s)/n$	n

Exemples

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

		John	works		
		n	$n \backslash s$		
(John	likes)	Jane		John	(likes Jane)
n	$n \backslash (s/n)$	n		n	$(n \backslash s)/n$ n

■ (II) $(x \backslash y)/z \leftrightarrow x \backslash (y/z)$

Exemples

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

	John	works		
	n	$n \backslash s$		
(John likes)	Jane		John	(likes Jane)
n	$n \backslash (s/n)$	n	n	$(n \backslash s)/n$ n

- (II) $(x \backslash y)/z \leftrightarrow x \backslash (y/z)$
- Mais $(x/y)/z \not\leftrightarrow x/(y/z)!$

Exemples

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

	John	works			
	n	$n \backslash s$			
(John likes)	Jane		John	(likes Jane)	
n	$n \backslash (s/n)$	n	n	$(n \backslash s)/n$	n

- (II) $(x \backslash y)/z \leftrightarrow x \backslash (y/z)$
- Mais $(x/y)/z \not\leftrightarrow x/(y/z)!$

(John works)	here		John	(works here)	
n	$n \backslash s$	$s \backslash s$	n	$(n \backslash s) \backslash (n \backslash s)$	$n \backslash s$

Exemples

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

	John	works			
	n	$n \backslash s$			
(John likes)	Jane		John	(likes Jane)	
n	$n \backslash (s/n)$	n	n	$(n \backslash s)/n$	n

- (II) $(x \backslash y)/z \leftrightarrow x \backslash (y/z)$
- Mais $(x/y)/z \not\leftrightarrow x/(y/z)!$

(John works)	here		John	(works here)	
n	$n \backslash s$	$s \backslash s$	n	$(n \backslash s) \backslash (n \backslash s)$	$n \backslash s$

expression	type
verbe intransitif	$n \backslash s$
verbe transitif	$n \backslash s/n$
adverbe	$s \backslash s$ ou $n \backslash s/(n \backslash s)$

Pronoms

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- **Jane likes he*, alors *he* n'est pas *n*.

Pronoms

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- **Jane likes he*, alors *he* n'est pas *n*.
- **him likes Jane*, alors *him* n'est pas *n*.

Pronoms

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- **Jane likes he*, alors *he* n'est pas *n*.
- **him likes Jane*, alors *him* n'est pas *n*.

He works
 $s/(n \setminus s)$ $n \setminus s$

Pronoms

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- **Jane likes he*, alors *he* n'est pas *n*.
- **him likes Jane*, alors *him* n'est pas *n*.

He works
 $s/(n \setminus s)$ $n \setminus s$

Jane likes him
 n $n \setminus s / n$ $(s/n) \setminus s$

Pronoms

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- **Jane likes he*, alors *he* n'est pas *n*.
- **him likes Jane*, alors *him* n'est pas *n*.

He works
 $s/(n \setminus s)$ $n \setminus s$

Jane likes him
 n $n \setminus s / n$ $(s/n) \setminus s$

he likes him
 $s/(n \setminus s)$ $n \setminus s / n$ $(s/n) \setminus s$

Pronoms

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- * *Jane likes he*, alors *he* n'est pas n .
- * *him likes Jane*, alors *him* n'est pas n .

He works
 $s/(n \setminus s)$ $n \setminus s$

Jane likes him
 n $n \setminus s / n$ $(s/n) \setminus s$

he likes him
 $s/(n \setminus s)$ $n \setminus s / n$ $(s/n) \setminus s$

- Solution: (III) $(x/y)(y/z) \rightarrow x/z$ et $(x \setminus y)(y \setminus z) \rightarrow x \setminus z$
- $s/(n \setminus s)(n \setminus (s/n))((s/n) \setminus s) \Rightarrow s/(n \setminus s)(n \setminus s)$

Règle productive

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

book by him
 n ? $(s/n)\backslash s$

Règle productive

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

book by him
 n ? $(s/n)\backslash s$

Solution: $n\backslash n / ((s/n)\backslash s)$

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Règle productive

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

book by him
 $n \quad ? \quad (s/n)\backslash s$

Solution: $n\backslash n / ((s/n)\backslash s)$

Mais:

book by John
 $n \quad n\backslash n / ((s/n)\backslash s) \quad n$

Règle productive

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

book by him
 n ? $(s/n)\backslash s$

Solution: $n\backslash n / ((s/n)\backslash s)$

Mais:

book by John
 n $n\backslash n / ((s/n)\backslash s)$ n

→ $n / ((s/n)\backslash s))n$ et ensuite?

Règle productive

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

book by him
 $n \quad ? \quad (s/n)\backslash s$

Solution: $n\backslash n / ((s/n)\backslash s)$

Mais:

book by John
 $n \quad n\backslash n / ((s/n)\backslash s) \quad n$

→ $n / ((s/n)\backslash s))n$ et ensuite?

- (IV) $x \rightarrow y / (x\backslash y)$ et $x \rightarrow (y/x)\backslash y$

Règle productive

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

book by him
 $n \quad ? \quad (s/n)\backslash s$

Solution: $n\backslash n / ((s/n)\backslash s)$

Mais:

book by John
 $n \quad n\backslash n / ((s/n)\backslash s) \quad n$

$\rightarrow n / ((s/n)\backslash s))n$ et ensuite?

■ (IV) $x \rightarrow y / (x\backslash y)$ et $x \rightarrow (y/x)\backslash y$

$n / ((s/n)\backslash s))n \rightarrow n / ((s/n)\backslash s))((s/n)\backslash s) \rightarrow n$

Procédure de computation

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique

Computations

Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

Procédure de computation

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

1 Insérer des parenthèses de chaque façon admissible.

Procédure de computation

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

- 1 Insérer des parenthèses de chaque façon admissible.
- 2 Assigner tous les types possibles pour chaque mot.

Procédure de computation

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

- 1 Insérer des parenthèses de chaque façon admissible.
- 2 Assigner tous les types possibles pour chaque mot.
 - P.ex.: *today* peut être s/s ou $s \backslash s$

Procédure de computation

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

- 1 Insérer des parenthèses de chaque façon admissible.
- 2 Assigner tous les types possibles pour chaque mot.
 - P.ex.: *today* peut être s/s ou $s \setminus s$
- 3 Pour tout “transcription” obtenu: calculer le type de l’expression totale.

Procédure de computation

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

- 1 Insérer des parenthèses de chaque façon admissible.
- 2 Assigner tous les types possibles pour chaque mot.
 - P.ex.: *today* peut être s/s ou $s \backslash s$
- 3 Pour tout “transcription” obtenu: calculer le type de l’expression totale.
- 4 Sélectionner une “transcription” qui a pour type finale s .

■ **Résumé:** on a besoin de:

- (I) $(x/y)y \rightarrow x$ et $y(y \setminus x) \rightarrow x$
- (II) $(x \setminus y)/z \leftrightarrow x \setminus (y/z)$
- (III) $(x/y)(y/z) \rightarrow x/z$ et $(x \setminus y)(y \setminus z) \rightarrow x \setminus z$
- (IV) $x \rightarrow y/(x \setminus y)$ et $x \rightarrow (y/x) \setminus y$

Règles I–IV

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème

Décidabilité

Plan

Exploration

Type syntactique

Computations

Résumé

Encadrement

Formalisation

Compatibilité

Résumé

Décidabilité

Alternative

Équivalence

Procédure

Théorème de

Gentzen

Conclusion

- **Résumé:** on a besoin de:
 - (I) $(x/y)y \rightarrow x$ et $y(y \setminus x) \rightarrow x$
 - (II) $(x \setminus y)/z \leftrightarrow x \setminus (y/z)$
 - (III) $(x/y)(y/z) \rightarrow x/z$ et $(x \setminus y)(y \setminus z) \rightarrow x \setminus z$
 - (IV) $x \rightarrow y/(x \setminus y)$ et $x \rightarrow (y/x) \setminus y$
- Avec ces règles, on a une procédure pour déterminer si un objet est une phrase de l'anglais ou non.

Règles I–IV

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème

Décidabilité

Plan

Exploration

Type syntactique

Computations

Résumé

Encadrement

Formalisation

Compatibilité

Résumé

Décidabilité

Alternative

Équivalence

Procédure

Théorème de

Gentzen

Conclusion

- **Résumé:** on a besoin de:
 - (I) $(x/y)y \rightarrow x$ et $y(y \setminus x) \rightarrow x$
 - (II) $(x \setminus y)/z \leftrightarrow x \setminus (y/z)$
 - (III) $(x/y)(y/z) \rightarrow x/z$ et $(x \setminus y)(y \setminus z) \rightarrow x \setminus z$
 - (IV) $x \rightarrow y/(x \setminus y)$ et $x \rightarrow (y/x) \setminus y$
- Avec ces règles, on a une procédure pour déterminer si un objet est une phrase de l'anglais ou non.
- **Problème:** Trouver un système déductif bien défini qui nous permet d'obtenir les règles I–IV.

Les fondements

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- *expression* = séquence des mots

Les fondements

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- *expression* = séquence des mots
- Certains expressions ont *type primitive*

Les fondements

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- *expression* = séquence des mots
- Certains expressions ont *type primitive*
- Si $t(A) = x$ et $t(B) = y$, alors $t(AB) = xy = x \cdot y$

Les fondements

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- *expression* = séquence des mots
- Certains expressions ont *type primitive*
- Si $t(A) = x$ et $t(B) = y$, alors $t(AB) = xy = x \cdot y$
- Donné A , si pour tout B t.q. $t(B) = y$ on trouve $t(AB) = z$, alors $t(A) = z/y$ (similairement pour \backslash)

Les fondements

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- *expression* = séquence des mots
- Certains expressions ont *type primitive*
- Si $t(A) = x$ et $t(B) = y$, alors $t(AB) = xy = x \cdot y$
- Donné A , si pour tout B t.q. $t(B) = y$ on trouve $t(AB) = z$, alors $t(A) = z/y$ (similairement pour \backslash)
- $x \rightarrow y$ veut dire qu'un expression du type x est aussi du type y . (similairement \leftarrow)

Les fondements

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- *expression* = séquence des mots
- Certains expressions ont *type primitive*
- Si $t(A) = x$ et $t(B) = y$, alors $t(AB) = xy = x \cdot y$
- Donné A , si pour tout B t.q. $t(B) = y$ on trouve $t(AB) = z$, alors $t(A) = z/y$ (similairement pour \backslash)
- $x \rightarrow y$ veut dire qu'un expression du type x est aussi du type y . (similairement \leftarrow)
- $x \leftrightarrow y$ c'est dire $x \rightarrow y$ et $y \leftarrow x$

Syntactic Calculus

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Syntactic Calculus

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Axiomes

$$(a) \quad x \rightarrow x$$

$$(b) \quad (xy)z \rightarrow x(yz) \quad (b') \quad x(yz) \rightarrow (xy)z$$

Syntactic Calculus

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Axiomes

$$(a) \quad x \rightarrow x$$

$$(b) \quad (xy)z \rightarrow x(yz) \quad (b') \quad x(yz) \rightarrow (xy)z$$

Règles

$$(c) \quad \text{if } xy \rightarrow z \\ \text{then } x \rightarrow z/y$$

$$(d) \quad \text{if } x \rightarrow z/y \\ \text{then } xy \rightarrow z$$

$$(e) \quad \text{if } x \rightarrow y \text{ and } y \rightarrow z \\ \text{then } x \rightarrow z$$

$$(c') \quad \text{if } xy \rightarrow z \\ \text{then } y \rightarrow x \setminus z$$

$$(d') \quad \text{if } y \rightarrow x \setminus z \\ \text{then } xy \rightarrow z$$

Syntactic Calculus

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Axiomes

$$(a) \quad x \rightarrow x$$

$$(b) \quad (xy)z \rightarrow x(yz) \quad (b') \quad x(yz) \rightarrow (xy)z$$

Règles

$$(c) \quad \begin{array}{l} \text{if } xy \rightarrow z \\ \text{then } x \rightarrow z/y \end{array} \quad (c') \quad \begin{array}{l} \text{if } xy \rightarrow z \\ \text{then } y \rightarrow x \setminus z \end{array}$$

$$(d) \quad \begin{array}{l} \text{if } x \rightarrow z/y \\ \text{then } xy \rightarrow z \end{array} \quad (d') \quad \begin{array}{l} \text{if } y \rightarrow x \setminus z \\ \text{then } xy \rightarrow z \end{array}$$

$$(e) \quad \begin{array}{l} \text{if } x \rightarrow y \text{ and } y \rightarrow z \\ \text{then } x \rightarrow z \end{array}$$

Remarque: (d)=(c) à l'envers!

Déduction de I–IV

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Peut-on déduire les règles I–IV?

Déduction de I–IV

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Peut-on déduire les règles I–IV?

- Oui.

Déduction de I–IV

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Peut-on déduire les règles I–IV?

- Oui.
- Par exemple, la règle I:

$$z/y \rightarrow z/y \quad (\text{a})$$

$$(z/y)y \rightarrow z \quad (\text{d})$$

Déduction de I–IV

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Peut-on déduire les règles I–IV?

- Oui.
- Par exemple, la règle I:

$$z/y \rightarrow z/y \quad (\text{a})$$

$$(z/y)y \rightarrow z \quad (\text{d})$$

Et à partir de là aussi la règle IV:

$$y \rightarrow (z/y) \setminus z \quad (\text{c}')$$

Règle (m)

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

On peut aussi déduire la règle suivante:
if $x \rightarrow x'$ and $y \rightarrow y'$ (m)
then $xy \rightarrow x'y'$

Règle (m)

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

On peut aussi déduire la règle suivante:

if $x \rightarrow x'$ and $y \rightarrow y'$ (m)
then $xy \rightarrow x'y'$

$$\frac{\frac{x \rightarrow x' \quad \frac{x'y \rightarrow x'y}{x' \rightarrow (x'y)/y} \text{ (c)}}{x \rightarrow (x'y)/y} \text{ (d)} \quad \frac{\frac{y \rightarrow y' \quad \frac{x'y' \rightarrow x'y'}{y' \rightarrow x' \setminus (x'y')} \text{ (c')}}{y \rightarrow x' \setminus (x'y')} \text{ (d')}}{x'y \rightarrow x'y'} \text{ (e)}}{xy \rightarrow x'y'} \text{ (e)}$$

Procédure de computation raffiné

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

Procédure de computation raffiné

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Florin van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

1 Insérer des parenthèses de chaque façon admissible.

Procédure de computation raffiné

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Florin van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

- 1 Insérer des parenthèses de chaque façon admissible.
- 2 Assigner tous les types possibles pour chaque mot.

Procédure de computation raffiné

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Florin van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

- 1 Insérer des parenthèses de chaque façon admissible.
- 2 Assigner tous les types possibles pour chaque mot.
- 3 Pour chaque combinaison de types des mots, essayer de montrer que c'est un s .
 - *John works*

Procédure de computation raffiné

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Florin van
Vugt

Introduction
Problème
Décidabilité
Plan

Exploration
Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement
Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité
Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

- 1 Insérer des parenthèses de chaque façon admissible.
- 2 Assigner tous les types possibles pour chaque mot.
- 3 Pour chaque combinaison de types des mots, essayer de montrer que c'est un s .
 - *John works*: $n(n \setminus s) \rightarrow s$?

Procédure de computation raffiné

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

- 1 Insérer des parenthèses de chaque façon admissible.
- 2 Assigner tous les types possibles pour chaque mot.
- 3 Pour chaque combinaison de types des mots, essayer de montrer que c'est un s .

■ *John works*: $n(n \setminus s) \rightarrow s$?

■ Oui!

$$\frac{n \setminus s \rightarrow n \setminus s}{n(n \setminus s) \rightarrow s} (d')$$

Procédure de computation raffiné

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

- 1 Insérer des parenthèses de chaque façon admissible.
- 2 Assigner tous les types possibles pour chaque mot.
- 3 Pour chaque combinaison de types des mots, essayer de montrer que c'est un s .

■ *John works*: $n(n \setminus s) \rightarrow s$?

■ Oui!

$$\frac{n \setminus s \rightarrow n \setminus s}{n(n \setminus s) \rightarrow s} (d')$$

- On essaie de construire l'arbre de démonstration *de bas en haut*

Procédure de computation raffiné

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

Donnée une phrase: est-elle une phrase grammaticale?

- 1 Insérer des parenthèses de chaque façon admissible.
- 2 Assigner tous les types possibles pour chaque mot.
- 3 Pour chaque combinaison de types des mots, essayer de montrer que c'est un s .

■ *John works*: $n(n \setminus s) \rightarrow s$?

■ Oui!

$$\frac{n \setminus s \rightarrow n \setminus s}{n(n \setminus s) \rightarrow s} (d')$$

■ On essaie de construire l'arbre de démonstration *de bas en haut*

- 4 Sélectionner une "transcription" qui a pour type finale s .

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Où est-ce qu'on en est?

Où est-ce qu'on en est?

- Pour l'analyse catégorielle de l'anglais on a besoin des règles I–IV.

Où est-ce qu'on en est?

- Pour l'analyse catégorielle de l'anglais on a besoin des règles I–IV.
- On a trouvé un système déductif “Syntactic Calculus” (a–e) dans lequel on obtient les règles I–IV.

Où est-ce qu'on en est?

- Pour l'analyse catégorielle de l'anglais on a besoin des règles I–IV.
- On a trouvé un système déductive “Syntactic Calculus” (a–e) dans lequel on obtient les règles I–IV.
- Pour savoir si un objet est une phrase de l'anglais on applique les règles.

Où est-ce qu'on en est?

- Pour l'analyse catégorielle de l'anglais on a besoin des règles I–IV.
- On a trouvé un système déductif “Syntactic Calculus” (a–e) dans lequel on obtient les règles I–IV.
- Pour savoir si un objet est une phrase de l'anglais on applique les règles.
- Par contre, on ne sait pas si cette procédure se terminera ou non.

Problème de décision: si on applique les règles inversement avec répétition à un expression on ne finira jamais.

Problème de décision: si on applique les règles inversement avec répétition à un expression on ne finira jamais.

- Règles comme (c) introduisent un connecteur.

Problème de décision: si on applique les règles inversement avec répétition à un expression on ne finira jamais.

- Règles comme (c) introduisent un connecteur.
 - Alors quand on essaye *de bas en haut* de reconstruire l'arbre, on élimine un connecteur à chaque étape.

Problème de décision: si on applique les règles inversement avec répétition à un expression on ne finira jamais.

- Règles comme (c) introduisent un connecteur.
 - Alors quand on essaye *de bas en haut* de reconstruire l'arbre, on élimine un connecteur à chaque étape.

$$\frac{xy \rightarrow z}{x \rightarrow z/y} \text{ (c)}$$

Problème de décision: si on applique les règles inversement avec répétition à un expression on ne finira jamais.

- Règles comme (c) introduisent un connecteur.
 - Alors quand on essaye *de bas en haut* de reconstruire l'arbre, on élimine un connecteur à chaque étape.

$$\frac{xy \rightarrow z}{x \rightarrow z/y} (c)$$

- Règles comme (d) éliminent un connecteur.

Problème de décision: si on applique les règles inversement avec répétition à un expression on ne finira jamais.

- Règles comme (c) introduisent un connecteur.
 - Alors quand on essaye *de bas en haut* de reconstruire l'arbre, on élimine un connecteur à chaque étape.

$$\frac{xy \rightarrow z}{x \rightarrow z/y} (c)$$

- Règles comme (d) éliminent un connecteur.

$$\frac{x \rightarrow z/y}{xy \rightarrow z} (d)$$

Problème de décision: si on applique les règles inversement avec répétition à un expression on ne finira jamais.

- Règles comme (c) introduisent un connecteur.
 - Alors quand on essaye *de bas en haut* de reconstruire l'arbre, on élimine un connecteur à chaque étape.

$$\frac{xy \rightarrow z}{x \rightarrow z/y} (c)$$

- Règles comme (d) éliminent un connecteur.

$$\frac{x \rightarrow z/y}{xy \rightarrow z} (d)$$

Problème de décision: si on applique les règles inversement avec répétition à un expression on ne finira jamais.

- Règles comme (c) introduisent un connecteur.
 - Alors quand on essaye *de bas en haut* de reconstruire l'arbre, on élimine un connecteur à chaque étape.

$$\frac{xy \rightarrow z}{x \rightarrow z/y} (c)$$

- Règles comme (d) éliminent un connecteur.

$$\frac{x \rightarrow z/y}{xy \rightarrow z} (d)$$

- C'est problématique car si on n'a pas fini les arbres on n'est pas sûr qu'il n'existe pas de démonstration.

Système 1–5

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Système alternatif

U, V potentiellement vide, T, P, Q non-vide.

Système 1–5

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Système alternatif

U, V potentiellement vide, T, P, Q non-vide.

Notation $x_1, x_2, \dots, x_n = ((\dots (x_1 x_2) \dots) x_n)$

Système 1–5

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Florin van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Système alternatif

U, V potentiellement vide, T, P, Q non-vide.

Notation $x_1, x_2, \dots, x_n = ((\dots (x_1 x_2) \dots) x_n)$

Axiome

$$(1) \quad x \rightarrow x$$

Système 1–5

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Système alternatif

U, V potentiellement vide, T, P, Q non-vide.

Notation $x_1, x_2, \dots, x_n = ((\dots (x_1 x_2) \dots) x_n)$

Axiome

$$(1) \quad x \rightarrow x$$

Règles

$$(2) \quad \text{if } T, y \rightarrow x \text{ then } T \rightarrow x/y$$

$$(2') \quad \text{if } y, T \rightarrow x \text{ then } T \rightarrow y \backslash x$$

$$(3) \quad \text{if } T \rightarrow y \text{ and } U, x, V \rightarrow z \text{ then } U, x/y, T, V \rightarrow z$$

$$(3') \quad \text{if } T \rightarrow y \text{ and } U, x, V \rightarrow z \text{ then } U, T, y \backslash x, V \rightarrow z$$

$$(4) \quad \text{if } U, x, y, V \rightarrow z \text{ then } U, xy, V \rightarrow z$$

$$(5) \quad \text{if } P \rightarrow x \text{ and } Q \rightarrow y \text{ then } P, Q \rightarrow xy$$

Système alternatif

U, V potentiellement vide, T, P, Q non-vide.

Notation $x_1, x_2, \dots, x_n = ((\dots (x_1 x_2) \dots) x_n)$

Axiome

$$(1) \quad x \rightarrow x$$

Règles

$$(2) \quad \text{if } T, y \rightarrow x \text{ then } T \rightarrow x/y$$

$$(2') \quad \text{if } y, T \rightarrow x \text{ then } T \rightarrow y \backslash x$$

$$(3) \quad \text{if } T \rightarrow y \text{ and } U, x, V \rightarrow z \text{ then } U, x/y, T, V \rightarrow z$$

$$(3') \quad \text{if } T \rightarrow y \text{ and } U, x, V \rightarrow z \text{ then } U, T, y \backslash x, V \rightarrow z$$

$$(4) \quad \text{if } U, x, y, V \rightarrow z \text{ then } U, xy, V \rightarrow z$$

$$(5) \quad \text{if } P \rightarrow x \text{ and } Q \rightarrow y \text{ then } P, Q \rightarrow xy$$

Coupure (6) if $T \rightarrow x$ and $U, x, V \rightarrow y$ then $U, T, V \rightarrow y$

Système alternatif

U, V potentiellement vide, T, P, Q non-vide.

Notation $x_1, x_2, \dots, x_n = ((\dots (x_1 x_2) \dots) x_n)$

Axiome

$$(1) \quad x \rightarrow x$$

Règles

$$(2) \quad \text{if } T, y \rightarrow x \text{ then } T \rightarrow x/y$$

$$(2') \quad \text{if } y, T \rightarrow x \text{ then } T \rightarrow y \backslash x$$

$$(3) \quad \text{if } T \rightarrow y \text{ and } U, x, V \rightarrow z \text{ then } U, x/y, T, V \rightarrow z$$

$$(3') \quad \text{if } T \rightarrow y \text{ and } U, x, V \rightarrow z \text{ then } U, T, y \backslash x, V \rightarrow z$$

$$(4) \quad \text{if } U, x, y, V \rightarrow z \text{ then } U, xy, V \rightarrow z$$

$$(5) \quad \text{if } P \rightarrow x \text{ and } Q \rightarrow y \text{ then } P, Q \rightarrow xy$$

Coupure (6) if $T \rightarrow x$ and $U, x, V \rightarrow y$ then $U, T, V \rightarrow y$
(Système “*introductive*” sauf la *coupure*)

$a-e \Rightarrow 1-5$

Est-ce que les systèmes $(a-e)$ et $(1-5)$ sont équivalents?

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

$a-e \Rightarrow 1-5$

Est-ce que les systèmes $(a-e)$ et $(1-5)$ sont équivalents?

- (1) est (a) .

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

$a-e \Rightarrow 1-5$

Est-ce que les systèmes $(a-e)$ et $(1-5)$ sont équivalents?

- (1) est (a).
- (2) suit de (c), quand on prend x comme le type de T .

$a-e \Rightarrow 1-5$

Est-ce que les systèmes $(a-e)$ et $(1-5)$ sont équivalents?

- (1) est (a).
- (2) suit de (c), quand on prend x comme le type de T .
- (4) suit de la définition de $x \cdot y$ et x, y

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

$a-e \Rightarrow 1-5$

Est-ce que les systèmes $(a-e)$ et $(1-5)$ sont équivalents?

- (1) est (a).
- (2) suit de (c), quand on prend x comme le type de T .
- (4) suit de la définition de $x \cdot y$ et x, y
- (5) suit de la règle (m) qui peut être dérivé de $(a-e)$.

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

Est-ce que les systèmes (a-e) et (1-5) sont équivalents?

- (1) est (a).
- (2) suit de (c), quand on prend x comme le type de T .
- (4) suit de la définition de $x \cdot y$ et x, y
- (5) suit de la règle (m) qui peut être dérivé de (a-e).
- (3), pour U vide et V non-vide, et v le type de V

$$\frac{\frac{xv \rightarrow z}{x \rightarrow z/v} (c) \quad t \rightarrow y (n)}{x/y \rightarrow (z/v)/t} (n)$$

$$\frac{(x/y)t \rightarrow z/v}{((x/y)t)v \rightarrow z} (d)$$

Et similairement pour les autres cas.

1-5 \Rightarrow a-e

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

1-5 \Rightarrow a-e

- (a) est (1)

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

1-5 \Rightarrow a-e

- (a) est (1)
- (e) suit de (6)

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

1-5 \Rightarrow a-e

- (a) est (1)
- (e) suit de (6)
- (b)

$$\frac{x \rightarrow x \quad \frac{y \rightarrow y \quad z \rightarrow z}{y, z \rightarrow yz} (5)}{x, y, z \rightarrow x(yz)} (5)$$
$$\frac{x, y, z \rightarrow x(yz)}{xy, z \rightarrow x(yz)} (4)$$
$$\frac{xy, z \rightarrow x(yz)}{(xy)z \rightarrow x(yz)} (4)$$

1-5 \Rightarrow a-e

- (a) est (1)
- (e) suit de (6)
- (b)

$$\frac{x \rightarrow x \quad \frac{y \rightarrow y \quad z \rightarrow z}{y, z \rightarrow yz} (5)}{x, y, z \rightarrow x(yz)} (5)$$

$$\frac{x, y, z \rightarrow x(yz)}{xy, z \rightarrow x(yz)} (4)$$

$$\frac{xy, z \rightarrow x(yz)}{(xy)z \rightarrow x(yz)} (4)$$

- (c)

$$\frac{x \rightarrow x \quad y \rightarrow y}{x, y \rightarrow xy} (5)$$

$$\frac{\frac{x \rightarrow x \quad y \rightarrow y}{x, y \rightarrow xy} (5)}{x \rightarrow (xy)/y} (2)$$

$$\frac{y \rightarrow y \quad xy \rightarrow z}{(xy)/y, y \rightarrow z} (3)$$

$$\frac{\frac{x \rightarrow (xy)/y} (2) \quad \frac{y \rightarrow y \quad xy \rightarrow z}{(xy)/y, y \rightarrow z} (3)}{x, y \rightarrow z} (6)$$

$$\frac{x, y \rightarrow z}{x \rightarrow z/y} (2)$$

1-5 \Rightarrow a-e continué

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

■ (d)

$$\frac{\frac{x \rightarrow z/y \quad y \rightarrow y}{x, y \rightarrow (z/y)y} \quad (5) \quad \frac{\frac{y \rightarrow y \quad z \rightarrow z}{z/y, y \rightarrow z} \quad (3) \quad \frac{z/y, y \rightarrow z}{(z/y)y \rightarrow z} \quad (4)}{\frac{x, y \rightarrow (z/y)y \quad (z/y)y \rightarrow z}{x, y \rightarrow z} \quad (6)} \quad \frac{x, y \rightarrow z}{xy \rightarrow z} \quad (4)$$

Problème

- Donné p , est-ce que p est une phrase de l'anglais?

Problème

- Donné p , est-ce que p est une phrase de l'anglais?
- Donné $U \rightarrow x$, est-ce qu'on peut le déduire du système ou non?

Procédure de décision

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Problème

- Donné p , est-ce que p est une phrase de l'anglais?
- Donné $U \rightarrow x$, est-ce qu'on peut le déduire du système ou non?

Procédure de décision

Procédure de décision

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Problème

- Donné p , est-ce que p est une phrase de l'anglais?
- Donné $U \rightarrow x$, est-ce qu'on peut le déduire du système ou non?

Procédure de décision

- Construire un arbre de démonstration, de bas en haut, utilisant les règles 1–5 (pas 6!)

Procédure de décision

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Problème

- Donné p , est-ce que p est une phrase de l'anglais?
- Donné $U \rightarrow x$, est-ce qu'on peut le déduire du système ou non?

Procédure de décision

- Construire un arbre de démonstration, de bas en haut, utilisant les règles 1–5 (pas 6!)
- Cette procédure s'arrête.

Procédure de décision

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Problème

- Donné p , est-ce que p est une phrase de l'anglais?
- Donné $U \rightarrow x$, est-ce qu'on peut le déduire du système ou non?

Procédure de décision

- Construire un arbre de démonstration, de bas en haut, utilisant les règles 1–5 (pas 6!)
- Cette procédure s'arrête.
 - Chaque étape élimine un des connecteurs $.$, $/$, \backslash et l'expression initiale en a un nombre fini.

Procédure de décision

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Problème

- Donné p , est-ce que p est une phrase de l'anglais?
- Donné $U \rightarrow x$, est-ce qu'on peut le déduire du système ou non?

Procédure de décision

- Construire un arbre de démonstration, de bas en haut, utilisant les règles 1–5 (pas 6!)
- Cette procédure s'arrête.
 - Chaque étape élimine un des connecteurs $.$, $/$, \backslash et l'expression initiale en a un nombre fini.
 - À chaque étape les possibilités d'appliquer les règles 1–5 est fini.

Procédure de décision

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Problème

- Donné p , est-ce que p est une phrase de l'anglais?
- Donné $U \rightarrow x$, est-ce qu'on peut le déduire du système ou non?

Procédure de décision

- Construire un arbre de démonstration, de bas en haut, utilisant les règles 1–5 (pas 6!)
- Cette procédure s'arrête.
 - Chaque étape élimine un des connecteurs $.$, $/$, \backslash et l'expression initiale en a un nombre fini.
 - À chaque étape les possibilités d'appliquer les règles 1–5 est fini.
- Toutes les phrases de l'anglais correspondent à des preuves!

Illustration de la procedure

■ $n \setminus s \rightarrow s$

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Illustration de la procedure

- $n \setminus s \rightarrow s$
 - Unique règle-candidat est (3') mais T ne peut pas être vide

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Illustration de la procedure

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- $n \setminus s \rightarrow s$
 - Unique règle-candidat est (3') mais T ne peut pas être vide
- $n(n \setminus s) \rightarrow s$

Illustration de la procedure

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- $n \setminus s \rightarrow s$
 - Unique règle-candidat est (3') mais T ne peut pas être vide
- $n(n \setminus s) \rightarrow s$
 - Peut résulter de $n \rightarrow n$ et $s \rightarrow s$ à travers (3').

Illustration de la procedure

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- $n \setminus s \rightarrow s$
 - Unique règle-candidat est (3') mais T ne peut pas être vide
- $n(n \setminus s) \rightarrow s$
 - Peut résulter de $n \rightarrow n$ et $s \rightarrow s$ à travers (3').
 - Et les deux sont axiomes.

Illustration de la procedure

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- $n \setminus s \rightarrow s$
 - Unique règle-candidat est (3') mais T ne peut pas être vide
- $n(n \setminus s) \rightarrow s$
 - Peut résulter de $n \rightarrow n$ et $s \rightarrow s$ à travers (3').
 - Et les deux sont axiomes.
- $n(n \setminus n / ((s/n) \setminus s))n \rightarrow n$ (book by John) [app.rule IV!]

Illustration de la procedure

- $n \backslash s \rightarrow s$
 - Unique règle-candidat est (3') mais T ne peut pas être vide
- $n(n \backslash s) \rightarrow s$
 - Peut résulter de $n \rightarrow n$ et $s \rightarrow s$ à travers (3').
 - Et les deux sont axiomes.
- $n(n \backslash n / ((s/n) \backslash s))n \rightarrow n$ (book by John) [app.rule IV!]

$$\frac{\frac{n \rightarrow n \quad s \rightarrow s}{(s/n), n \rightarrow s} \quad (3)}{n \rightarrow n \quad n \rightarrow (s/n) \backslash s} \quad (2)$$
$$\frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow (s/n) \backslash s}{n / ((s/n) \backslash s) n \rightarrow n} \quad (3)$$
$$\frac{n \rightarrow n \quad n / ((s/n) \backslash s) n \rightarrow n}{n(n \backslash n / ((s/n) \backslash s))n \rightarrow n} \quad (3')$$

Où est-ce qu'on en est?

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

Où est-ce qu'on en est?

- On a trouvé que pour le traitement de l'anglais on a besoin des règles I–IV.

Où est-ce qu'on en est?

- On a trouvé que pour le traitement de l'anglais on a besoin des règles I–IV.
- I–IV sont déductibles d'un système “Syntactic Calculus” (a–e).

Où est-ce qu'on en est?

- On a trouvé que pour le traitement de l'anglais on a besoin des règles I–IV.
- I–IV sont déductibles d'un système “Syntactic Calculus” (a–e).
- Le “Syntactic Calculus” est équivalent au système (1–5) dont les règles ne font que diminuer la complexité des règles.

Où est-ce qu'on en est?

- On a trouvé que pour le traitement de l'anglais on a besoin des règles I–IV.
- I–IV sont déductibles d'un système “Syntactic Calculus” (a–e).
- Le “Syntactic Calculus” est équivalent au système (1–5) dont les règles ne font que diminuer la complexité des règles.
- Une expression est une phrase de l'anglais s'il y a au moins un type U pour qui $U \rightarrow s$ est démontrable dans le “Syntactic Calculus.”

Où est-ce qu'on en est?

- On a trouvé que pour le traitement de l'anglais on a besoin des règles I–IV.
- I–IV sont déductibles d'un système “Syntactic Calculus” (a–e).
- Le “Syntactic Calculus” est équivalent au système (1–5) dont les règles ne font que diminuer la complexité des règles.
- Une expression est une phrase de l'anglais s'il y a au moins un type U pour qui $U \rightarrow s$ est démontrable dans le “Syntactic Calculus.”
 - Cette procédure de détermination est garanti de se terminer.

Où est-ce qu'on en est?

- On a trouvé que pour le traitement de l'anglais on a besoin des règles I–IV.
- I–IV sont déductibles d'un système “Syntactic Calculus” (a–e).
- Le “Syntactic Calculus” est équivalent au système (1–5) dont les règles ne font que diminuer la complexité des règles.
- Une expression est une phrase de l'anglais s'il y a au moins un type U pour qui $U \rightarrow s$ est démontrable dans le “Syntactic Calculus.”
 - Cette procédure de détermination est garanti de se terminer.
- **Problème** Pour montrer l'équivalence, on a utilisé la règle de *coupure* qui augmente la complexité!

Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

**Théorème de
Gentzen**

Conclusion

Gentzen *Ajouter la règle coupure au système (1–5) ne permet pas de démontrer plus de théorèmes.*

Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

**Théorème de
Gentzen**

Conclusion

Gentzen *Ajouter la règle coupure au système (1–5) ne permet pas de démontrer plus de théorèmes.*

- Chaque démonstration qui utilise la règle coupure a aussi pu être écrit sans utiliser la règle de coupure.

Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction
Problème
Décidabilité
Plan

Exploration
Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement
Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité
Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Gentzen *Ajouter la règle coupure au système (1–5) ne permet pas de démontrer plus de théorèmes.*

- Chaque démonstration qui utilise la règle coupure a aussi pu être écrit sans utiliser la règle de coupure.
- Si $T \rightarrow x$ et $U, x, V \rightarrow y$ sont démontrable par (1–5), alors $U, T, V \rightarrow y$ l'est aussi.

Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction
Problème
Décidabilité
Plan

Exploration
Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement
Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité
Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Gentzen *Ajouter la règle coupure au système (1–5) ne permet pas de démontrer plus de théorèmes.*

- Chaque démonstration qui utilise la règle coupure a aussi pu être écrit sans utiliser la règle de coupure.
- Si $T \rightarrow x$ et $U, x, V \rightarrow y$ sont démontrable par (1–5), alors $U, T, V \rightarrow y$ l'est aussi.
- Démonstration par induction sur le “degré” de la coupure en question.

Théorème de Gentzen

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

Gentzen *Ajouter la règle coupure au système (1–5) ne permet pas de démontrer plus de théorèmes.*

- Chaque démonstration qui utilise la règle coupure a aussi pu être écrit sans utiliser la règle de coupure.
- Si $T \rightarrow x$ et $U, x, V \rightarrow y$ sont démontrable par (1–5), alors $U, T, V \rightarrow y$ l'est aussi.
- Démonstration par induction sur le “degré” de la coupure en question.
 - $d(x)$ = nombre des occurrences de $., /, \backslash$ dans le type x .

Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction
Problème
Décidabilité
Plan

Exploration
Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement
Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité
Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Gentzen *Ajouter la règle coupure au système (1–5) ne permet pas de démontrer plus de théorèmes.*

- Chaque démonstration qui utilise la règle coupure a aussi pu être écrit sans utiliser la règle de coupure.
- Si $T \rightarrow x$ et $U, x, V \rightarrow y$ sont démontrable par (1–5), alors $U, T, V \rightarrow y$ l'est aussi.
- Démonstration par induction sur le “degré” de la coupure en question.
 - $d(x)$ = nombre des occurrences de $\cdot, /, \backslash$ dans le type x .
 - $d(x_1, \dots, x_n) = d(x_1) + \dots + d(x_n)$

Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction
Problème
Décidabilité
Plan

Exploration
Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement
Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité
Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Gentzen *Ajouter la règle coupure au système (1–5) ne permet pas de démontrer plus de théorèmes.*

- Chaque démonstration qui utilise la règle coupure a aussi pu être écrit sans utiliser la règle de coupure.
- Si $T \rightarrow x$ et $U, x, V \rightarrow y$ sont démontrable par (1–5), alors $U, T, V \rightarrow y$ l'est aussi.
- Démonstration par induction sur le “degré” de la coupure en question.
 - $d(x)$ = nombre des occurrences de $\cdot, /, \backslash$ dans le type x .
 - $d(x_1, \dots, x_n) = d(x_1) + \dots + d(x_n)$
 - “Degré de coupure” = $d(T) + d(U) + d(V) + d(x) + d(y)$

Théorème de Gentzen

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème

Décidabilité

Plan

Exploration

Type syntactique

Computations

Résumé

Encadrement

Formalisation

Compatibilité

Résumé

Décidabilité

Alternative

Équivalence

Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

Gentzen *Ajouter la règle coupure au système (1–5) ne permet pas de démontrer plus de théorèmes.*

- Chaque démonstration qui utilise la règle coupure a aussi pu être écrit sans utiliser la règle de coupure.
- Si $T \rightarrow x$ et $U, x, V \rightarrow y$ sont démontrable par (1–5), alors $U, T, V \rightarrow y$ l'est aussi.
- Démonstration par induction sur le “degré” de la coupure en question.
 - $d(x)$ = nombre des occurrences de $.$, $/$, \backslash dans le type x .
 - $d(x_1, \dots, x_n) = d(x_1) + \dots + d(x_n)$
 - “Degré de coupure” = $d(T) + d(U) + d(V) + d(x) + d(y)$
- **À démontrer** Pour chaque coupure, les prémisses démontré sans coupure:

Théorème de Gentzen

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction
Problème
Décidabilité
Plan

Exploration
Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement
Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité
Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

Gentzen *Ajouter la règle coupure au système (1–5) ne permet pas de démontrer plus de théorèmes.*

- Chaque démonstration qui utilise la règle coupure a aussi pu être écrit sans utiliser la règle de coupure.
- Si $T \rightarrow x$ et $U, x, V \rightarrow y$ sont démontrable par (1–5), alors $U, T, V \rightarrow y$ l'est aussi.
- Démonstration par induction sur le “degré” de la coupure en question.
 - $d(x)$ = nombre des occurrences de $., /, \backslash$ dans le type x .
 - $d(x_1, \dots, x_n) = d(x_1) + \dots + d(x_n)$
 - “Degré de coupure” = $d(T) + d(U) + d(V) + d(x) + d(y)$
- **À démontrer** Pour chaque coupure, les prémisses démontré sans coupure:
 - soit la conclusion est identique avec une des prémisses;

Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction
Problème
Décidabilité
Plan

Exploration
Type syntaxique
Computations
Résumé

Encadrement
Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité
Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

Gentzen *Ajouter la règle coupure au système (1–5) ne permet pas de démontrer plus de théorèmes.*

- Chaque démonstration qui utilise la règle coupure a aussi pu être écrit sans utiliser la règle de coupure.
- Si $T \rightarrow x$ et $U, x, V \rightarrow y$ sont démontrable par (1–5), alors $U, T, V \rightarrow y$ l'est aussi.
- Démonstration par induction sur le “degré” de la coupure en question.
 - $d(x)$ = nombre des occurrences de $\cdot, /, \backslash$ dans le type x .
 - $d(x_1, \dots, x_n) = d(x_1) + \dots + d(x_n)$
 - “Degré de coupure” = $d(T) + d(U) + d(V) + d(x) + d(y)$
- **À démontrer** Pour chaque coupure, les prémisses démontré sans coupure:
 - soit la conclusion est identique avec une des prémisses;
 - soit la coupure peut-être remplacé par un ou deux coupures de degré inférieure

Démonstration du Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

**Théorème de
Gentzen**

Conclusion

- 1 $T \rightarrow x$ est un cas de (1), alors $t = x$ et la conclusion est l'autre prémisse.

Démonstration du Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- 1 $T \rightarrow x$ est un cas de (1), alors $t = x$ et la conclusion est l'autre prémisses.
- 2 $U, x, V \rightarrow y$ est un cas de (1), alors U et V sont vide et $x = y$, et la conclusion est l'autre prémisses.

Démonstration du Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- 1 $T \rightarrow x$ est un cas de (1), alors $t = x$ et la conclusion est l'autre prémisses.
- 2 $U, x, V \rightarrow y$ est un cas de (1), alors U et V sont vide et $x = y$, et la conclusion est l'autre prémisses.
- 3 Le dernier étape de la démonstration $T \rightarrow x$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .

Démonstration du Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- 1 $T \rightarrow x$ est un cas de (1), alors $t = x$ et la conclusion est l'autre prémisses.
- 2 $U, x, V \rightarrow y$ est un cas de (1), alors U et V sont vide et $x = y$, et la conclusion est l'autre prémisses.
- 3 Le dernier étape de la démonstration $T \rightarrow x$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 4 Le dernier étape de la démonstration $U, x, V \rightarrow y$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .

Démonstration du Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- 1 $T \rightarrow x$ est un cas de (1), alors $t = x$ et la conclusion est l'autre prémisse.
- 2 $U, x, V \rightarrow y$ est un cas de (1), alors U et V sont vide et $x = y$, et la conclusion est l'autre prémisse.
- 3 Le dernier étape de la démonstration $T \rightarrow x$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 4 Le dernier étape de la démonstration $U, x, V \rightarrow y$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 5 Les derniers étapes des démonstrations pour les deux prémisses introduisent le connecteur principal de $x = x' \cdot x''$.

Démonstration du Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- 1 $T \rightarrow x$ est un cas de (1), alors $t = x$ et la conclusion est l'autre prémisse.
- 2 $U, x, V \rightarrow y$ est un cas de (1), alors U et V sont vide et $x = y$, et la conclusion est l'autre prémisse.
- 3 Le dernier étape de la démonstration $T \rightarrow x$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 4 Le dernier étape de la démonstration $U, x, V \rightarrow y$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 5 Les derniers étapes des démonstrations pour les deux prémisses introduisent le connecteur principal de $x = x' \cdot x''$.
- 6 Même que cas 5, mais pour $x = x' / x''$.

Démonstration du Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- 1 $T \rightarrow x$ est un cas de (1), alors $t = x$ et la conclusion est l'autre prémisse.
- 2 $U, x, V \rightarrow y$ est un cas de (1), alors U et V sont vide et $x = y$, et la conclusion est l'autre prémisse.
- 3 Le dernier étape de la démonstration $T \rightarrow x$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 4 Le dernier étape de la démonstration $U, x, V \rightarrow y$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 5 Les derniers étapes des démonstrations pour les deux prémisses introduisent le connecteur principal de $x = x' \cdot x''$.
- 6 Même que cas 5, mais pour $x = x' / x''$.
- 7 Même que cas 5, mais pour $x = x' \setminus x''$.

Démonstration – Cas 3

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Le dernier étape de la démonstration $T \rightarrow x$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- Alors on doit avoir utilisé règle 3, 3' ou 4 avec un ou deux séquents dont un $T' \rightarrow x$ (avec $d(T') < d(T)$). On a pu utiliser:

$$\frac{T' \rightarrow x \quad U, x, V \rightarrow y}{U, T', V \rightarrow y} \quad (6)$$

Démonstration – Cas 3

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Le dernier étape de la démonstration $T \rightarrow x$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- Alors on doit avoir utilisé règle 3, 3' ou 4 avec un ou deux séquents dont un $T' \rightarrow x$ (avec $d(T') < d(T)$). On a pu utiliser:

$$\frac{T' \rightarrow x \quad U, x, V \rightarrow y}{U, T', V \rightarrow y} \quad (6)$$

- Le raisonnement pour aller de $T' \rightarrow x$ à $T \rightarrow x$ nous permet aussi d'aller de $U, T', V \rightarrow y$ à $U, T, V \rightarrow y$. (vérifier).

Démonstration du Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- 1 $T \rightarrow x$ est un cas de (1), alors $t = x$ et la conclusion est l'autre prémisse.
- 2 $U, x, V \rightarrow y$ est un cas de (1), alors U et V sont vide et $x = y$, et la conclusion est l'autre prémisse.
- 3 Le dernier étape de la démonstration $T \rightarrow x$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 4 Le dernier étape de la démonstration $U, x, V \rightarrow y$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 5 Les derniers étapes des démonstrations pour les deux prémisses introduisent le connecteur principal de $x = x' \cdot x''$.
- 6 Même que cas 5, mais pour $x = x' / x''$.
- 7 Même que cas 5, mais pour $x = x' \setminus x''$.

Démonstration – Cas 4

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- Le dernier étape de la démonstration $U, x, V \rightarrow y$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- $U, x, V \rightarrow y$ est déduit d'un ou deux séquents dont $U', x, V' \rightarrow y'$. Cette inférence introduit un connecteur, alors $d(U') + d(V') + d(y') < d(U) + d(V) + d(y)$. Alors la coupure suivante a degré inférieure:

$$\frac{T \rightarrow x \quad U', x, V' \rightarrow y'}{U', T, V' \rightarrow y'} \quad (6)$$

Démonstration – Cas 4

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction
Problème
Décidabilité
Plan

Exploration
Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement
Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité
Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Le dernier étape de la démonstration $U, x, V \rightarrow y$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- $U, x, V \rightarrow y$ est déduit d'un ou deux séquents dont $U', x, V' \rightarrow y'$. Cette inférence introduit un connecteur, alors $d(U') + d(V') + d(y') < d(U) + d(V) + d(y)$. Alors la coupure suivante a degré inférieure:

$$\frac{T \rightarrow x \quad U', x, V' \rightarrow y'}{U', T, V' \rightarrow y'} \quad (6)$$

- Le raisonnement pour aller de $U', x, V' \rightarrow y'$ à $U, x, V \rightarrow y$ permet aussi d'aller de $U', T, V' \rightarrow y'$ à $U, T, V \rightarrow y$. (vérifier)

Démonstration du Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- 1 $T \rightarrow x$ est un cas de (1), alors $t = x$ et la conclusion est l'autre prémisse.
- 2 $U, x, V \rightarrow y$ est un cas de (1), alors U et V sont vide et $x = y$, et la conclusion est l'autre prémisse.
- 3 Le dernier étape de la démonstration $T \rightarrow x$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 4 Le dernier étape de la démonstration $U, x, V \rightarrow y$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 5 Les derniers étapes des démonstrations pour les deux prémisses introduisent le connecteur principal de $x = x' \cdot x''$.
- 6 Même que cas 5, mais pour $x = x' / x''$.
- 7 Même que cas 5, mais pour $x = x' \setminus x''$.

Démonstration – Cas 5

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème

Décidabilité

Plan

Exploration

Type syntactique

Computations

Résumé

Encadrement

Formalisation

Compatibilité

Résumé

Décidabilité

Alternative

Équivalence

Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- Les derniers étapes des démonstrations pour les deux prémisses introduisent le connecteur principal de $x = x' \cdot x''$.
- Alors on a pu remplacer

$$\frac{\frac{T' \rightarrow x' \quad T'' \rightarrow x''}{T', T'' \rightarrow x'x''} \quad (5) \quad \frac{U, x', x'', V \rightarrow y}{U, x'x'', V \rightarrow y} \quad (4)}{U, T', T'', V \rightarrow y} \quad (6)$$

par

$$\frac{T'' \rightarrow x'' \quad \frac{T' \rightarrow x' \quad U, x', x'', V \rightarrow y}{U, T', x'', V \rightarrow y} \quad (6)}{U, T', T'', V \rightarrow y} \quad (6)$$

Démonstration – Cas 5

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème

Décidabilité

Plan

Exploration

Type syntactique

Computations

Résumé

Encadrement

Formalisation

Compatibilité

Résumé

Décidabilité

Alternative

Équivalence

Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- Les derniers étapes des démonstrations pour les deux prémisses introduisent le connecteur principal de $x = x' \cdot x''$.
- Alors on a pu remplacer

$$\frac{\frac{T' \rightarrow x' \quad T'' \rightarrow x''}{T', T'' \rightarrow x'x''} \quad (5) \quad \frac{U, x', x'', V \rightarrow y}{U, x'x'', V \rightarrow y} \quad (4)}{U, T', T'', V \rightarrow y} \quad (6)$$

par

$$\frac{T'' \rightarrow x'' \quad \frac{T' \rightarrow x' \quad U, x', x'', V \rightarrow y}{U, T', x'', V \rightarrow y} \quad (6)}{U, T', T'', V \rightarrow y} \quad (6)$$

- Les deux coupures ont degré inférieure.

Démonstration du Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- 1 $T \rightarrow x$ est un cas de (1), alors $t = x$ et la conclusion est l'autre prémisse.
- 2 $U, x, V \rightarrow y$ est un cas de (1), alors U et V sont vide et $x = y$, et la conclusion est l'autre prémisse.
- 3 Le dernier étape de la démonstration $T \rightarrow x$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 4 Le dernier étape de la démonstration $U, x, V \rightarrow y$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 5 Les derniers étapes des démonstrations pour les deux prémisses introduisent le connecteur principal de $x = x' \cdot x''$.
- 6 Même que cas 5, mais pour $x = x' / x''$.
- 7 Même que cas 5, mais pour $x = x' \setminus x''$.

Démonstration – Cas 6

Lambek: The mathematics of sentence structure

Floris van Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de Gentzen

Conclusion

- Les derniers étapes des démonstrations pour les deux prémisses introduisent le connecteur principal de $x = x'/x''$.
- On a pu remplacer

$$\frac{\frac{T, x'' \rightarrow x'}{T \rightarrow x'/x''} \quad (2) \quad \frac{V' \rightarrow x'' \quad U, x', V'' \rightarrow y}{U, x'/x'', V', V'' \rightarrow y} \quad (3)}{U, T, V', V'' \rightarrow y} \quad (6)$$

par

$$\frac{V' \rightarrow x'' \quad \frac{T, x'' \rightarrow x' \quad U, x', V'' \rightarrow y}{U, T, x'', V'' \rightarrow y} \quad (6)}{U, T, V', V'' \rightarrow y} \quad (6)$$

Démonstration du Théorème de Gentzen

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- 1 $T \rightarrow x$ est un cas de (1), alors $t = x$ et la conclusion est l'autre prémisse.
- 2 $U, x, V \rightarrow y$ est un cas de (1), alors U et V sont vide et $x = y$, et la conclusion est l'autre prémisse.
- 3 Le dernier étape de la démonstration $T \rightarrow x$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 4 Le dernier étape de la démonstration $U, x, V \rightarrow y$ utilise (2)–(5) mais n'introduit pas le connecteur principal de x .
- 5 Les derniers étapes des démonstrations pour les deux prémisses introduisent le connecteur principal de $x = x' \cdot x''$.
- 6 Même que cas 5, mais pour $x = x' / x''$.
- 7 Même que cas 5, mais pour $x = x' \setminus x''$.

- Uniquement *si/non*, pas de pourquoi.

Critiques

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Uniquement *si/non*, pas de pourquoi.
- Pas encore de méthode pour construire des phrases.

Critiques

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Uniquement *si/non*, pas de pourquoi.
- Pas encore de méthode pour construire des phrases.
- Des mots avec une infinité des types.

Critiques

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Uniquement *si/non*, pas de pourquoi.
- Pas encore de méthode pour construire des phrases.
- Des mots avec une infinité des types.
- Il semble qu'on parle à un très bas niveau: que faire des phénomènes comme les *contextes croissants*?

Critiques

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Uniquement *si/non*, pas de pourquoi.
- Pas encore de méthode pour construire des phrases.
- Des mots avec une infinité des types.
- Il semble qu'on parle à un très bas niveau: que faire des phénomènes comme les *contextes croissants*?
- Aucune garantie que I–IV sont exhaustives.

Critiques

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

- Uniquement *si/non*, pas de pourquoi.
- Pas encore de méthode pour construire des phrases.
- Des mots avec une infinité des types.
- Il semble qu'on parle à un très bas niveau: que faire des phénomènes comme les *contextes croissants*?
- Aucune garantie que I–IV sont exhaustives.
- Comment on peut être sûr que ce système déductive ne surgénère pas?

- **Syntactic types** Définition de *type syntactique* et règles I–IV.

- **Syntactic types** Définition de *type syntactique* et règles I–IV.
- **Type list** Trouver des types pour des mots fréquemment utilisés en anglais.

- **Syntactic types** Définition de *type syntactique* et règles I–IV.
- **Type list** Trouver des types pour des mots fréquemment utilisés en anglais.
- **Syntactic Calculus** Abstraction vers un système formelle: “Syntactic Calculus” (a–e).

- **Syntactic types** Définition de *type syntactique* et règles I–IV.
- **Type list** Trouver des types pour des mots fréquemment utilisés en anglais.
- **Syntactic Calculus** Abstraction vers un système formelle: “Syntactic Calculus” (a–e).
- **Déduction** Les règles I–IV sont déductibles du système (a–e).

- **Syntactic types** Définition de *type syntactique* et règles I–IV.
- **Type list** Trouver des types pour des mots fréquemment utilisés en anglais.
- **Syntactic Calculus** Abstraction vers un système formelle: “Syntactic Calculus” (a–e).
- **Déduction** Les règles I–IV sont déductibles du système (a–e).
- **Type computations** Proposition pour calculer le type d’une expression du langage naturelle.

- **Syntactic types** Définition de *type syntactique* et règles I–IV.
- **Type list** Trouver des types pour des mots fréquemment utilisés en anglais.
- **Syntactic Calculus** Abstraction vers un système formelle: “Syntactic Calculus” (a–e).
- **Déduction** Les règles I–IV sont déductibles du système (a–e).
- **Type computations** Proposition pour calculer le type d’une expression du langage naturelle.
- **Decision procedure** On peut donner des règles (1–5) équivalents à (a–e) uniquement d’*introduction*.

- **Syntactic types** Définition de *type syntactique* et règles I–IV.
- **Type list** Trouver des types pour des mots fréquemment utilisés en anglais.
- **Syntactic Calculus** Abstraction vers un système formelle: “Syntactic Calculus” (a–e).
- **Déduction** Les règles I–IV sont déductibles du système (a–e).
- **Type computations** Proposition pour calculer le type d’une expression du langage naturelle.
- **Decision procedure** On peut donner des règles (1–5) équivalents à (a–e) uniquement d’*introduction*.
- **Gentzen’s theorem** La règle (6) de *coupure* peut-être dérivé des règles 1–5.

Conclusion

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

[T]o obtain an effective rule (or algorithm) for distinguishing sentences from non-sentences.

Conclusion

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

[T]o obtain an effective rule (or algorithm) for distinguishing sentences from non-sentences.

- À travers les types syntactiques et en utilisant le système déductif (1–5) on peut trouver pour chaque phrase si celui est une phrase de l'anglais.

Conclusion

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

[T]o obtain an effective rule (or algorithm) for distinguishing sentences from non-sentences.

- À travers les types syntactiques et en utilisant le système déductif (1–5) on peut trouver pour chaque phrase si celui est une phrase de l'anglais.
- Par la nature des règles (1–5) ce calcul se terminera.

Conclusion

Lambek: The
mathematics
of sentence
structure

Floris van
Vugt

Introduction

Problème
Décidabilité
Plan

Exploration

Type syntactique
Computations
Résumé

Encadrement

Formalisation
Compatibilité
Résumé

Décidabilité

Alternative
Équivalence
Procédure

Théorème de
Gentzen

Conclusion

[T]o obtain an effective rule (or algorithm) for distinguishing sentences from non-sentences.

- À travers les types syntactiques et en utilisant le système déductif (1–5) on peut trouver pour chaque phrase si celui est une phrase de l'anglais.
- Par la nature des règles (1–5) ce calcul se terminera.

Merci de votre attention.